MSE 234, 5 octobre 2023

Formules à connaître par cœur pour l'examen final, état au 5 octobre 2023; notez que cette liste pourrait changer quelque peu pendant l'année; une version finale sera mise sur le site Moodle avant la période de révision des examens.

(pour les définitions des termes rapportez-vous aux diapositives du chapitre concerné)

Chapitre 1 – Les essais mécaniques

$$e = \frac{L - L_o}{L_o}$$

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} \qquad \varepsilon = \ln\left(\frac{L}{L_o}\right) = \ln(1 + e)$$

$$R = P/S_o \ ,$$

$$\sigma = P/S \approx P/S_o \, L/L_o = R(1+e)$$

Chapitre 1 – Les essais mécaniques

Instabilité de Considère amorçant la striction quand:

$\sigma = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$, ce qui correspond à $0 = \frac{dR}{de}$

Flexion simple d'une poutre d'axe x'x: $\varepsilon_{xx} = \frac{y}{R}$

Chapitre 1 – Les essais mécaniques

$$\sigma = K\,\dot{\varepsilon}^m$$

$$m = \left.\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}}\right|_{\varepsilon,T}$$

Fluage: $\dot{\epsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ = A $\sigma^N e^{\frac{-Q}{RT}}$;

Facteur d'intensité des contraintes en pointe d'une fissure:

$K = \sigma Y\sqrt{\pi a}$ avec Y fonction de la géométrie;

La fissuration a lieu quand $K = K_c$, à la contrainte $\sigma = \frac{K_c}{Y\sqrt{\pi a}}$

Chapitre 2 – Les Céramiques

Pour un **fluide Newtonien**: $\tau = \eta\dot{\gamma} = \eta\frac{d\gamma}{dt}$, ou en contrainte uniaxiale: $\sigma = K\dot{\varepsilon}$

Contraintes thermiques en 2D: $\sigma = \frac{E}{1-\nu}\ \varepsilon$

avec $\varepsilon = \alpha\ (T_1 - T_2)$ le long d'une surface collée à un substrat qui ne se déforme pas.

Statistique de Weibull:

$S = 1 - F = e^{-k_m \frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_o}\right)^m}$ équivalent à

$\ln [S_{(\sigma, V)}] = \ln [1 - F_{(\sigma, V)}] = - k_m \frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_o}\right)^m$

avec $\ln [1 - F] \approx - F$ si $F << 1$

Fissuration sous-critique: $\frac{da}{dt} = F\left(P_{\mathrm{H_2O}}\ et\ K\right) e^{\left(-\frac{Q}{RT}\right)}$ avec $K = Y\sigma\sqrt{\pi a}$

Chapitre 3 – Métaux et Alliages – 1: Al & Cu

La loi du levier

$$f_\alpha = \frac{C_\beta - C}{C_\beta - C_\alpha}$$

$$f_\beta = \frac{C - C_\alpha}{C_\beta - C_\alpha}$$

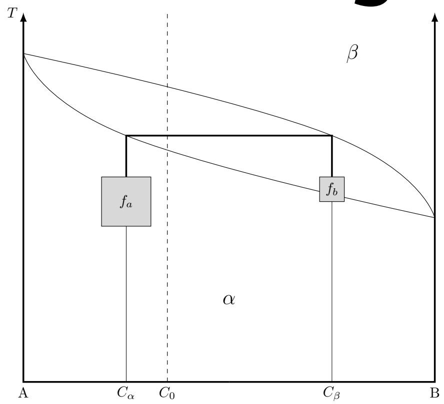

FIGURE II-13 – Illustration de la loi du levier.

La maturation entraîne un accroissement de la dimension caractéristique de la microstructure λ (distance entre bras de dendrites, rayon des précipités et distance entre eux, etc ...) qui varie souvent dans le temps selon:
$\lambda = k\, t^{1/3}$.

La contrainte requise pour contourner des précipités non cisaillés est

$$\sigma = \frac{2\,Gb}{d}$$

Chapitre 4 – Le fer et ses alliages

La loi de Hall-Petch: $\sigma_{(\varepsilon=x\%)} = \sigma_o + k\, D^{-1/2}$;

où $\sigma_{(\varepsilon=x\%)}$ est la contrainte d'écoulement d'un métal ou alliage à une élongation ε donnée, σ_o et k des constantes, et *D* la taille (moyenne) des grains dans le métal ou alliage.

Chapitre 5 – Les polymères

- Avec l'essai de relaxation on mesure le module de relaxation («relaxation modulus»):

$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_o}$ avec en d'autres termes $\sigma(t) = E(t)\varepsilon_o$

- Avec l'essai de fluage on mesure la complaisance au fluage («creep compliance»):

$D(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_o}$ avec en d'autres termes $\varepsilon(t) = D(t)\,\sigma_o$

menant à définir un *module de relaxation* ou une *complaisance au fluage* à temps donné (*à 10s, 10mn*, etc), ainsi que le module initial ou la complaisance initiale (à t=0), ou du module de relaxation d'équilibre (à t «infini» ou très long, pour un thermodurcissable.

Chapitre 5 – Les polymères

La loi de déformation (uniaxiale) d'un matériau ***viscoélastique linéaire*** a la forme:

$$p_o\sigma + p_1 d\sigma/dt + p_2 d^2\sigma/dt^2 + p_3 d^3\sigma/dt^3 + \ldots + q_o\varepsilon + q_1 d\varepsilon/dt + q_2 d^2\varepsilon/dt^2 + q_3 d^3\varepsilon/dt^3 + \ldots = 0$$

Influence de la température: *hypothèse du TTSP* («Time Temperature Superposition Principle»), qui suppose qu'il n'y a pas de changement de mécanisme de déformation avec la température:

Si à T_o la déformation ou la réduction de module met t_o secondes pour avoir lieu,
à T la même évolution mettra t secondes pour avoir lieu avec

$t\,V(T) = t_o\,V(T_o)$ ou: $\log(t) = \log(t_o) + \log[V(T_o)/V(T)) = \log(t_o) + \log(a_T)$

où a_T est une fonction de T, par laquelle on décale horizontalement la courbe donnant la déformation, le module ou une autre quantité en fonction de log(t) pour passer d'une température (T_o) à une autre (T).

Chapitre 6 – Les composites

Lois des mélanges isodéformation et isocontrainte

Selon la direction A, cas qui comprend les composites à fibres longues parallèles sollicités selon la direction des fibres

• les déformations sont identiques dans chacune des phases: $\varepsilon_c = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$

$\sigma_c = V_1\sigma_1 + V_2\sigma_2$ et donc $E_c = V_1E_1 + V_2E_2$

Selon la direction B, cas qui sous-estime les valeurs pour les composites à fibres longues parallèles sollicités perpendiculairement aux fibres

• les contraintes sont supposées identiques dans chacune des phases: $\sigma_c = \sigma_1 = \sigma_2$

$\varepsilon_c = V_1\varepsilon_1 + V_2\varepsilon_2$ et donc $$\frac{1}{E_c} = \frac{V_1}{E_1} + \frac{V_2}{E_2}$$